

**Examenul național de bacalaureat 2025**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_șt-nat***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |                                                                                                                                                                                                                  |          |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1. | Rația progresiei este $r = a_4 - a_3 = 6$<br>$a_1 = a_3 - 2r = 7$                                                                                                                                                | 3p<br>2p |
| 2. | $f(2) = 4 + a$<br>$4 + a = 8$ , de unde obținem $a = 4$                                                                                                                                                          | 2p<br>3p |
| 3. | $5^{2-x} - 5^{-4} \cdot 5^{2x} = 0$ , deci $5^{2-x} = 5^{2x-4}$ , de unde obținem $2 - x = 2x - 4$<br>$x = 2$                                                                                                    | 3p<br>2p |
| 4. | $C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} =$<br>$= 15$                                                                                                                                                                     | 3p<br>2p |
| 5. | $D(1,1)$ și $E(5,1)$<br>$DE = 4$                                                                                                                                                                                 | 2p<br>3p |
| 6. | $\cos B = \frac{AB}{BC}$ , deci $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{BC}$ , de unde obținem $BC = 4\sqrt{3}$<br>$R = \frac{BC}{2}$ , unde $R$ este raza cercului circumscris triunghiului $ABC$ , deci $R = 2\sqrt{3}$ | 3p<br>2p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |          |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1.a) | $\det A = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0 \cdot 4 - (-1) \cdot 2 =$<br>$= 0 + 2 = 2$                                                                                                                                                                                                                                                 | 3p<br>2p |
| b)   | $M(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ , $M(2) \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2M(1)$<br>$2M(1) = xM(1)$ , de unde obținem $x = 2$                                                                                                                           | 3p<br>2p |
| c)   | $M(a) - 2I_2 = \begin{pmatrix} a-2 & 1 \\ 2-2a & -a \end{pmatrix}$ , $(M(a) - 2I_2) \cdot M(a) = \begin{pmatrix} a^2-4a+2 & 0 \\ 0 & a^2-4a+2 \end{pmatrix}$ , pentru<br>orice număr real $a$<br>$\begin{pmatrix} a^2-4a+2 & 0 \\ 0 & a^2-4a+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 & 0 \\ 0 & a+2 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $a = 0$ sau $a = 5$ | 3p<br>2p |
| 2.a) | $9 \circ 8 = (9-6)(8-6) + 6 =$<br>$= 6 + 6 = 12$                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 3p<br>2p |
| b)   | $x \circ 7 = (x-6)(7-6) + 6 = x - 6 + 6 = x$ , pentru orice număr real $x$<br>$7 \circ x = (7-6)(x-6) + 6 = x - 6 + 6 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = 7$ este elementul<br>neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”                                                                                                                    | 2p<br>3p |

|           |                                                                                                                       |           |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>c)</b> | $x \circ \frac{6}{x} = \frac{6(x-6)(1-x)}{x} + 6$ , pentru orice număr real nenul $x$                                 | <b>2p</b> |
|           | $\frac{6(x-6)(1-x)}{x} + 6 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ , de unde obținem $x = 1$ sau $x = 3$ , care convin | <b>3p</b> |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                              |           |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.a)</b> | $f'(x) = 2x\sqrt{x} + (x^2 - 5) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} =$                                                                                                                                                                 | <b>3p</b> |
|             | $= \frac{5x^2 - 5}{2\sqrt{x}} = \frac{5(x-1)(x+1)}{2\sqrt{x}}, x \in (0, +\infty)$                                                                                                                                           | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5(x-1)(x+1)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{2x^2} =$  | <b>3p</b> |
|             | $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 \left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{2} = \frac{5}{2}$                                                                                                         | <b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ ; pentru orice $x \in (0, 1]$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $(0, 1]$ și, pentru orice $x \in [1, +\infty)$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$ | <b>2p</b> |
|             | $x \in (0, 2] \Rightarrow x+2 \in (2, 4]$ , deci $f(x) \geq f(1)$ și $f(x+2) \leq f(4)$ și, cum $f(1) = -4$ și $f(4) = 22$ , obținem $f(x+2) - f(x) \leq 26$ , pentru orice $x \in (0, 2]$                                   | <b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $\int_1^2 (f(x) - 4 \ln x) dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _1^2 =$                                                                                                                                                 | <b>3p</b> |
|             | $= \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$                                                                                                                                                                                  | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $\int_1^e \frac{f(x) - x^2}{x} dx = \int_1^e \frac{4 \ln x}{x} dx = 4 \int_1^e \ln x (\ln x)' dx = 2 \ln^2 x \Big _1^e =$                                                                                                    | <b>3p</b> |
|             | $= 2 \ln^2 e - 2 \ln^2 1 = 2$                                                                                                                                                                                                | <b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $\int_1^2 (f(x)f''(x) + (f'(x))^2) dx = \int_1^2 (f(x)f'(x))' dx = (f(x)f'(x)) \Big _1^2 = f(2)f'(2) - f(1)f'(1)$                                                                                                            | <b>3p</b> |
|             | $f'(x) = 2x + \frac{4}{x}, x \in (0, +\infty)$ ; $f'(1) = f'(2) = 6$ , deci $6(f(2) - f(1)) = m(f(2) - f(1))$ și, cum $f(1) \neq f(2)$ , obținem $m = 6$                                                                     | <b>2p</b> |